

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ  
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ  
ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«КАРАЧАЕВО-ЧЕРКЕССКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ  
УНИВЕРСИТЕТ ИМЕНИ У.Д. АЛИЕВА»

Физико-математический факультет

Кафедра физики



Р.А. Бостанов

2023 г.

**Рабочая программа дисциплины**  
**Теория функций действительного переменного**

*(наименование дисциплины (модуля))*

Направление подготовки

**44.03.05 Педагогическое образование (с двумя профилями подготовки)**

*(шифр, название направления)*

Направленность (профиль) подготовки

**«Физика; математика»**

Квалификация выпускника

**бакалавр**

Форма обучения

**Очная**

- 2020

Карачаевск, 2023

Составитель: *канд. физ.-мат. наук, доцент Мамчурев А.М.*

Рабочая программа дисциплины составлена в соответствии с Федеральным государственным образовательным стандартом высшего образования - бакалавриат по направлению подготовки 44.03.05 Педагогическое образование (с двумя профилями подготовки), утвержденного приказом Министерства образования и науки Российской Федерации от 22.02.2018г. №125, образовательной программой высшего образования по направлению подготовки 44.03.05 Педагогическое образование (с двумя профилями подготовки), направленность (профиль): «Физика; математика», локальными актами КЧГУ.

Рабочая программа рассмотрена и утверждена на заседании кафедры математического анализа на 2023-2024 уч. год.

Протокол № 10 от 30.06.2023

Заведующий кафедрой  Лайпанова З.М.

## Содержание

1. Наименование дисциплины (модуля).....	4
2. Место дисциплины (модуля) в структуре образовательной программы.....	4
3. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине (модулю), соотнесенных с планируемыми результатами освоения образовательной программы.....	5
4. Объем дисциплины (модуля) в зачетных единицах с указанием количества академических часов, выделенных на контактную работу обучающихся с преподавателем (по видам учебных занятий) и на самостоятельную работу обучающихся.....	7
5. Содержание дисциплины (модуля), структурированное по темам (разделам) с указанием отведенного на них количества академических часов и видов учебных занятий.....	8
5.1. Разделы дисциплины и трудоемкость по видам учебных занятий (в академических часах).....	8
5.2. Тематика и краткое содержание лабораторных занятий.....	11
5.3. Примерная тематика курсовых работ.....	11
6. Образовательные технологии.....	11
7. Фонд оценочных средств для проведения текущего контроля и промежуточной аттестации обучающихся по дисциплине (модулю).....	13
7.1. Описание шкал оценивания степени сформированности компетенций.....	13
7.2. Типовые контрольные задания или иные учебно-методические материалы, необходимые для оценивания степени сформированности компетенций в процессе освоения учебной дисциплины.....	19
7.2.1. Типовые темы к письменным работам, докладам и выступлениям.....	19
7.2.2. Примерные вопросы к итоговой аттестации (экзамен).....	22
7.2.3. Тестовые задания для проверки знаний студентов.....	25
7.2.4. Балльно-рейтинговая система оценки знаний обучающихся.....	34
8. Перечень основной и дополнительной учебной литературы, необходимой для освоения дисциплины. Информационное обеспечение образовательного процесса.....	35
8.1. Основная литература.....	35
8.2. Дополнительная литература.....	35
9. Методические указания для обучающихся по освоению учебной дисциплины (модуля).....	36
10. Требования к условиям реализации рабочей программы дисциплины (модуля).....	36
10.1. Общесистемные требования.....	37
10.2. Материально-техническое и учебно-методическое обеспечение дисциплины.....	37
10.3. Необходимый комплект лицензионного программного обеспечения.....	38
10.4. Современные профессиональные базы данных и информационные справочные системы.....	38
11. Особенности реализации дисциплины для инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья.....	38
12. Лист регистрации изменений.....	40

## 1. Наименование дисциплины (модуля):

### Теория функций действительного переменного

Целью изучения дисциплины является:

- теоретическое и практическое освоение студентами основных разделов теории функций действительного переменного, необходимых для понимания ее роли в профессиональной деятельности;
- обеспечение качественной подготовки бакалавров на основе применения методов обучения, характерных для теории функций действительного переменного;
- формирование математической культуры мышления, способности к обобщению, анализу, восприятию информации, постановке цели и выбору путей её достижения;
- освоение основных методов теории функций действительного переменного, применяемых в решении профессиональных задач, исследовательской деятельности в области образования.

Для достижения цели ставятся задачи:

- изучить необходимый понятийный аппарат дисциплины;
- сформировать умения доказывать факты и теоремы теории функций действительного переменного;
- сформировать умения решать типовые задачи основных разделов теории функций действительного переменного;
- знать теорию множеств, строение некоторых видов множеств, элементы теории рядов Фурье и уметь применять для решения различных задач;
- знать теорию меры и интеграла Лебега;
- знать основные структуры анализа; метрические и нормированные пространства;
- знать основы теории линейных операторов и линейных функционалов;
- освоение компетенций в области теории функций действительного переменного.

Цели и задачи дисциплины определены в соответствии с требованиями Федерального государственного образовательного стандарта высшего образования по направлению подготовки 44.03.05 Педагогическое образование (с двумя профилями), направленность (профиль): «Физика; математика», (квалификация – «бакалавр»).

## 2. Место дисциплины (модуля) в структуре образовательной программы

Дисциплина «Теория функций действительного переменного» (Б1.В.09) относится к части формируемой участниками образовательных отношений, блока Б1.

Дисциплина (модуль) изучается на 4 курсе в 7 семестре.

<b>МЕСТО ДИСЦИПЛИНЫ В СТРУКТУРЕ ОП ВО</b>	
<b>Индекс</b>	<b>Б1.В.09</b>
<b>Требования к предварительной подготовке обучающегося:</b>	
Данная учебная дисциплина опирается на входные знания, умения и компетенции, полученные по дисциплинам: «Математический анализ», «Алгебра» в объёме вузовской программы бакалавриата.	
<b>Дисциплины и практики, для которых освоение данной дисциплины (модуля) необходимо как предшествующее:</b>	
Изучение дисциплины «Теория функций действительного переменного» необходимо для успешного освоения дисциплин формирующих компетенцию <b>УК-1, ПК-5.</b>	

### 3. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине (модулю), соотнесенных с планируемыми результатами освоения образовательной программы

Процесс изучения дисциплины «Теория функций действительного переменного» направлен на формирование следующих компетенций обучающегося:

Код компетенций	Содержание компетенции в соответствии с ФГОС ВО/ ПООП/ ОП	Индикаторы достижения компетенций	Декомпозиция компетенций (результаты обучения) в соответствии с установленными индикаторами
УК-1	Способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач	<p>УК.Б-1.1 анализирует задачу и её базовые составляющие в соответствии с заданными требованиями</p> <p>УК.Б-1.2 осуществляет поиск информации, интерпретирует и ранжирует её для решения поставленной задачи по различным типам запросов</p> <p>УК.Б-1.3 при обработке информации отличает факты от мнений, интерпретаций, оценок, формирует собственные мнения и суждения, аргументирует свои выводы и точку зрения</p> <p>УК.Б-1.4 выбирает методы и средства решения задачи и анализирует методологические проблемы, возникающие при решении задачи</p> <p>УК.Б-1.5 рассматривает и предлагает возможные варианты решения поставленной задачи, оценивая их достоинства и недостатки</p>	<p><b>Знать:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- основы предметной области: основные базовые определения и понятия теории функций действительного переменного;</li> <li>- методы, идеи и принципы теории функций действительного переменного;</li> <li>- культуру математического мышления, применяемых для решения поставленных творческих (исследовательских) задач.</li> </ul> <p><b>Уметь:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- решать задачи предметной области: выбирать метод и средства для решения конкретной типовой задачи, аргументировать свой выбор;</li> <li>- методы, идеи и принципы теории функций действительного переменного;</li> <li>- понимать связи между различными математическими объектами теории функций действительного переменного,</li> <li>- обобщать, анализировать,</li> </ul>

			<p>воспринимать информацию, демонстрировать различные методы решения задачи и выбирать оптимальные методы имеющие применение в теории функций действительного переменного.</p> <p><b>Владеть:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- навыками ориентировки в постановках задач и предлагать возможные варианты решения;</li> <li>- постановкой цели и выбором путей её достижения:</li> </ul> <p>математическим языком предметной области, корректно представлять знания в математической форме.</p>
<b>ПК-5</b>	Способен применять предметные знания при реализации образовательного процесса	<p>ПК.Б -5.1. знает закономерности, принципы и уровни формирования и реализации содержания физического и математического образования; структуру, состав и дидактические единицы содержания школьного курса физики, астрономии и математики.</p> <p>ПК.Б -5.2. осуществляет отбор учебного содержания для реализации в различных формах обучения физике, астрономии и математики в соответствии с дидактическими целями и возрастными особенностями обучающихся.</p> <p>ПК.Б -5.3. владеет предметным содержанием физики, астрономии и математики</p>	<p><b>Знать:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- теорию множеств, строение некоторых видов множеств, теорию меры и интеграла Лебега, теорию операторов и функционалов, элементы теории рядов Фурье для применения в образовательном процессе;</li> <li>- постановку, возможности решения и реализацию задач на предметном уровне в области математического образования;</li> </ul> <p><b>Уметь:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- самостоятельно получать новые систематизированные научные и профессиональные знания: работать с конспектами лекций, учебниками, учебно-методической, справочной литературой, другими источниками</li> </ul>

			<p>информации;  воспринимать и осмысливать информацию;  - применять полученные знания для решения учебных и исследовательских задач;  - самостоятельно получать знания для решения задач творческого характера, задач повышенной сложности;  <b>Владеть:</b>  - навыками обработки и интерпретации основных идей и методов теории функций действительного переменного, для определения и решения исследовательских задач;  - навыками практического использования теории функций действительного переменного при решении различных задач математического характера;  - навыками самостоятельного решения задач: выполнять творческие (исследовательские) проекты, применяя известные математические методы данной дисциплины.</p>
--	--	--	---

**4. Объем дисциплины в зачетных единицах с указанием количества академических часов, выделенных на контактную работу обучающихся с преподавателем (по видам учебных занятий) и на самостоятельную работу обучающихся**

Общая трудоемкость (объем) дисциплины (модуля) составляет 3 ЗЕТ, 108 академических часов.

Объём дисциплины	Всего часов	
	для очной формы обучения	для заочной формы обучения
<b>Общая трудоемкость дисциплины</b>	<b>108</b>	
<b>Контактная работа обучающихся с преподавателем (по видам учебных занятий) *</b> (всего)	<b>60</b>	
<b>Аудиторная работа (всего):</b>	<b>48</b>	
в том числе:		
лекции	24	
семинары, практические занятия	24	
практикумы	Не предусмотрено	
лабораторные работы	Не предусмотрено	
<b>Внеаудиторная работа:</b>		
консультация перед экзаменом		
Внеаудиторная работа также включает индивидуальную работу обучающихся с преподавателем, групповые, индивидуальные консультации и иные виды учебной деятельности, предусматривающие групповую или индивидуальную работу обучающихся с преподавателем, творческую работу (эссе), рефераты, контрольные работы и др.		
<b>Самостоятельная работа обучающихся (всего)</b>	<b>60</b>	
<b>Контроль самостоятельной работы</b>		
<b>Вид промежуточной аттестации обучающегося (зачет / экзамен)</b>	<b>экзамен</b>	

**5. Содержание дисциплины (модуля), структурированное по темам (разделам) с указанием отведенного на них количества академических часов и видов учебных занятий**

**5.1. Разделы дисциплины и трудоемкость по видам учебных занятий (в академических часах)**

**Для очной формы**

№ п/п	Раздел, тема дисциплины	Общая трудоемкость (в часах)	Виды учебных занятий, включая самостоятельную работу обучающихся и трудоемкость (в часах)					Формы текущего контроля	
			Всего	Аудиторные уч. занятия			Сам. работа		Планируемые результаты обучения
				Лек.	Пр.	Лаб.			
	<b>Раздел 1. Мощность множеств. Строение линейных множеств. Множества в различных пространствах</b>	<b>30</b>	<b>8</b>	<b>10</b>		<b>12</b>			
1.	Тема: Общая теория множеств. Операции над множествами. Понятие мощности. Эквивалентные множества.	2	2				УК-1, ПК-5	Устный опрос	



	<i>/Лз/</i>							
2.	Тема: Основные сведения о множествах. Виды отображений. <i>/Ср/</i>	6				6	УК-1, ПК-5	Реферат
3.	Тема: Операции над множествами. Отображения множеств. Взаимно-однозначное соответствие. Примеры. <i>/Пз/</i>	2		2			УК-1, ПК-5	Типовые расчеты
4.	Тема: Счетные множества и их свойства. Несчетные множества. Множества мощности континуума. Сравнение мощностей. <i>/Лз/</i>	2	2				УК-1, ПК-5	Устный опрос
5.	Тема: Эквивалентность множеств. Счетные множества. Примеры. <i>/Пз/</i>	2		2			УК-1, ПК-5	Типовые расчеты, тесты
6.	Тема: Точечные множества. Множества пространства $R^n$ . Замкнутые и открытые множества, их свойства. <i>/Лз/</i>	2	2				УК-1, ПК-5	Устный опрос
7.	Тема: Точечные множества. Множества на плоскости, в пространстве. <i>/Пз/</i>	2		2			УК-1, ПК-5	Типовые расчеты, тесты
8.	Тема: Плотные и нигде не плотные множества. Свойства открытых и замкнутых множеств. <i>/Ср/</i>	6				6	УК-1, ПК-5	Реферат
9.	Тема: Счетные множества. Мощность множества. Точечные множества. Замкнутые и открытые множества. Примеры. <i>/Пз/</i>	2		2			УК-1, ПК-5	Типовые расчеты
10.	Тема: Совершенные множества. Канторово совершенное множество. <i>/Лз/</i>	2	2				УК-1, ПК-5	Устный опрос
11.	Тема: Замкнутые и открытые множества. Примеры. Совершенные множества. Канторово совершенное множество. <i>/Пз/</i>	2		2			УК-1, ПК-5	Типовые расчеты, тесты
	<b>Раздел 2. Измеримые множества. Мера множества. Мера Лебега. Измеримые функции. Интеграл Лебега</b>	<b>28</b>	<b>8</b>	<b>4</b>		<b>16</b>		
12.	Тема: Внешняя и внутренняя меры ограниченного множества. Мера Лебега для линейных множеств. Множества измеримые по Лебегу. <i>/Лз/</i>	2	2				УК-1, ПК-5	Устный опрос
13.	Тема: Измеримость и мера как инварианты движения. <i>/Ср/</i>	4				4	УК-1, ПК-5	Творческое задание
14.	Тема: Измеримые функции. Последовательности измеримых функций. <i>/Лз/</i>	2	2				УК-1, ПК-5	Фронтальный опрос
15.	Тема: Меры Жордана и Лебега. Их нахождение, примеры. <i>/Пз/</i>	2		2			УК-1, ПК-5	Типовые расчеты
16.	Тема: Классы измеримых множеств. Структура измеримых функций. <i>/Ср/</i>	4				4	УК-1, ПК-5	Реферат
17.	Тема: Интеграл Лебега от ограниченной функции. Свойства	2	2				УК-1, ПК-5	Устный опрос

	интеграла Лебега. /Лз/						
18.	Тема: Интеграл Римана. Интеграл Лебега от ограниченной функции. Примеры. /Пз/	2		2			УК-1, ПК-5 Типовые расчеты, тесты
19.	Тема: Восстановление первообразной функции. /Ср/	2				2	УК-1, ПК-5 Сообщение
20.	Тема: Суммируемые функции. Пространства суммируемых функций. /Лз/	2	2				УК-1, ПК-5 Блиц-опрос
21.	Тема: Интеграл Стильеса. /Ср/	6				6	УК-1, ПК-5 Реферат
	<b>Раздел 3. Метрические и нормированные пространства. Линейные операторы и линейные функционалы</b>	<b>32</b>	<b>4</b>	<b>6</b>		<b>22</b>	
22.	Тема: Метрические пространства. Множества точек. Сходимость. Норма. Линейные нормированные пространства. /Лз/	2	2				УК-1, ПК-5 Устный опрос
23.	Тема: Неравенства Коши-Буняковского, Минковского, Гельдера. /Ср/	4				4	УК-1, ПК-5 Реферат
24.	Тема: Евклидовы пространства. Примеры. Скалярное произведение. Аксиомы. Свойства. /Ср/	6				6	УК-1, ПК-5 Доклад с презентацией
25.	Тема: Банаховы пространства. Полные метрические пространства. Примеры. Принцип сжимающих отображений.	6				6	УК-1, ПК-5 Доклад с презентацией
26.	Тема: Метрические пространства. Норма. Аксиомы нормы. Примеры. /Пз/	2		2			УК-1, ПК-5 Типовые расчеты, тесты
27.	Тема: Линейные операторы. Непрерывность и ограниченность. Операторы в линейных нормированных пространствах. Линейные функционалы в линейных нормированных и банаховых пространствах. /Лз/	2	2				УК-1, ПК-5 Устный опрос
28.	Тема: Линейные операторы. Непрерывность и ограниченность операторов. Линейные операторы в различных пространствах. Примеры. /Пз/	2		2			УК-1, ПК-5 Типовые расчеты, тесты
29.	Тема: Линейные функционалы. Непрерывность и ограниченность. Норма функционала. Линейные функционалы в линейных нормированных пространствах. Примеры. /Пз/			2			УК-1, ПК-5 Типовые расчеты, тесты
30.	Тема: Интегральные и дифференциальные операторы. /Ср/					6	УК-1, ПК-5 Реферат
	<b>Раздел 4. Ряды Фурье. Основные сведения</b>	<b>18</b>	<b>4</b>	<b>4</b>		<b>10</b>	

31.	Тема: Задача разложения в тригонометрический ряд. Коэффициенты ряда Фурье. /Лз/	2	2				УК-1, ПК-5	Блиц-опрос
32.	Тема: Сходимость ряда Фурье. Разложение функций в ряд Фурье. /Ср/	6				6	УК-1, ПК-5	Реферат
33.	Тема: Ортогональные системы функций. Ряды Фурье по ортонормальным системам. /Ср/	4				4	УК-1, ПК-5	Реферат
34.	Тема: Комплексная форма тригонометрического ряда Фурье. Ряд Фурье для функций с произвольным периодом. Ряд Фурье по произвольной ортогональной системе. /Лз/	2	2				УК-1, ПК-5	Устный опрос
35.	Тема: Разложение в тригонометрический ряд. Коэффициенты ряда Фурье. Вычисление. /Пз/	2		2			УК-1, ПК-5	Типовые расчеты
36.	Тема: Разложение в тригонометрический ряд. Коэффициенты ряда Фурье. Вычисление. /Пз/	2		2			УК-1, ПК-5	Типовые расчеты, тесты
	<b>ИТОГО:</b>	<b>108</b>	<b>24</b>	<b>24</b>		<b>60</b>		

## 5.2. Тематика и краткое содержание лабораторных занятий

Учебным планом не предусмотрены.

## 5.3. Примерная тематика курсовых работ

Учебным планом не предусмотрены.

## 6. Образовательные технологии

При проведении учебных занятий по дисциплине используются традиционные и инновационные, в том числе информационные образовательные технологии, включая при необходимости применение активных и интерактивных методов обучения.

Традиционные образовательные технологии реализуются, преимущественно, в процессе лекционных и практических занятий. Инновационные образовательные технологии используются в процессе аудиторных занятий и самостоятельной работы студентов в виде применения активных и интерактивных методов обучения.

Информационные образовательные технологии реализуются в процессе использования электронно-библиотечных систем, электронных образовательных ресурсов и элементов электронного обучения в электронной информационно-образовательной среде для активизации учебного процесса и самостоятельной работы студентов.

**Развитие у обучающихся навыков командной работы, межличностной коммуникации, принятия решений и лидерских качеств при проведении учебных занятий.**

Практические занятия относятся к интерактивным методам обучения и обладают значительными преимуществами по сравнению с традиционными методами обучения, главным недостатком которых является известная изначальная пассивность субъекта и объекта обучения.

Практические занятия могут проводиться в форме групповой дискуссии, «мозговой атаки», разборка кейсов, решения практических задач, анализа ситуации и др. Прежде, чем дать группе информацию, важно подготовить участников, активизировать их

ментальные процессы, включить их внимание, развивать кооперацию и сотрудничество при принятии решений.

Методические рекомендации по проведению различных видов практических (семинарских) занятий.

### **1. Обсуждение в группах.**

Групповое обсуждение какого-либо вопроса направлено на нахождение истины или достижение лучшего взаимопонимания, Групповые обсуждения способствуют лучшему усвоению изучаемого материала.

На первом этапе группового обсуждения перед обучающимися ставится проблема, выделяется определенное время, в течение которого обучающиеся должны подготовить аргументированный развернутый ответ.

Преподаватель может устанавливать определенные правила проведения группового обсуждения:

- задавать определенные рамки обсуждения (например, указать не менее 5... 10 ошибок);
- ввести алгоритм выработки общего мнения (решения);
- назначить модератора (ведущего), руководящего ходом группового обсуждения.

На втором этапе группового обсуждения вырабатывается групповое решение совместно с преподавателем (арбитром).

Разновидностью группового обсуждения является круглый стол, который проводится с целью поделиться проблемами, собственным видением вопроса, познакомиться с опытом, достижениями.

### **2. Публичная презентация проекта**

Презентация – самый эффективный способ донесения важной информации как в разговоре «один на один», так и при публичных выступлениях. Слайд-презентации с использованием мультимедийного оборудования позволяют эффективно и наглядно представить содержание изучаемого материала, выделить и проиллюстрировать сообщение, которое несет поучительную информацию, показать ее ключевые содержательные пункты. Использование интерактивных элементов позволяет усилить эффективность публичных выступлений.

### **3. Дискуссия**

Как интерактивный метод обучения означает исследование или разбор. Образовательной дискуссией называется целенаправленное, коллективное обсуждение конкретной проблемы (ситуации), сопровождающейся обменом идеями, опытом, суждениями, мнениями в составе группы обучающихся.

Как правило, дискуссия обычно проходит три стадии: ориентация, оценка и консолидация. Последовательное рассмотрение каждой стадии позволяет выделить следующие их особенности.

Стадия ориентации предполагает адаптацию участников дискуссии к самой проблеме, друг другу, что позволяет сформулировать проблему, цели дискуссии; установить правила, регламент дискуссии.

В стадии оценки происходит выступление участников дискуссии, их ответы на возникающие вопросы, сбор максимального объема идей (знаний), предложений, пресечение преподавателем (арбитром) личных амбиций отклонений от темы дискуссии.

Стадия консолидации заключается в анализе результатов дискуссии, согласовании мнений и позиций, совместном формулировании решений и их принятии.

В зависимости от целей и задач занятия, возможно, использовать следующие виды дискуссий: классические дебаты, экспресс-дискуссия, текстовая дискуссия, проблемная дискуссия, ролевая (ситуационная) дискуссия.

## 7. Фонд оценочных средств для проведения промежуточной аттестации обучающихся по дисциплине (модулю)

### 7.1. Описание шкал оценивания степени сформированности компетенций

Уровни сформированности компетенций	Индикаторы	Качественные критерии оценивания			
		2 балла	3 балла	4 балла	5 баллов
<b>УК-1</b>					
Базовый	<b>Знать:</b> - основы предметной области: основные базовые определения и понятия теории функций действительного переменного; - методы, идеи и принципы теории функций действительного переменного; - культуру математического мышления, применяемых для решения поставленных творческих (исследовательских) задач.	Не знает - основы предметной области: основные базовые определения и понятия теории функций действительного переменного; - методы, идеи и принципы теории функций действительного переменного; - культуру математического мышления, применяемых для решения поставленных творческих (исследовательских) задач.	В целом знает - основы предметной области: основные базовые определения и понятия теории функций действительного переменного; - методы, идеи и принципы теории функций действительного переменного; - культуру математического мышления, применяемых для решения поставленных творческих (исследовательских) задач.	Знает - основы предметной области: основные базовые определения и понятия теории функций действительного переменного; - методы, идеи и принципы теории функций действительного переменного; - культуру математического мышления, применяемых для решения поставленных творческих (исследовательских) задач.	
	<b>Уметь:</b> - решать задачи предметной области: выбирать метод и средства для решения конкретной типовой задачи, аргументировать свой выбор; - методы, идеи и принципы теории функций действительного переменного; - понимать связи между различными математическими	Не умеет - решать задачи предметной области: выбирать метод и средства для решения конкретной типовой задачи, аргументировать свой выбор; - методы, идеи и принципы теории функций действительного переменного; - понимать связи между различными математическими	В целом умеет - решать задачи предметной области: выбирать метод и средства для решения конкретной типовой задачи, аргументировать свой выбор; - методы, идеи и принципы теории функций действительного переменного; - понимать связи между различными математическими	Умеет - решать задачи предметной области: выбирать метод и средства для решения конкретной типовой задачи, аргументировать свой выбор; - методы, идеи и принципы теории функций действительного переменного; - понимать связи между различными математическими	

	<p>объектами теории функций действительного переменного, - обобщать, анализировать, воспринимать информацию, демонстрировать различные методы решения задачи и выбирать оптимальные методы имеющие применение в теории функций действительного переменного.</p>	<p>объектами теории функций действительного переменного, - обобщать, анализировать, воспринимать информацию, демонстрировать различные методы решения задачи и выбирать оптимальные методы имеющие применение в теории функций действительного переменного.</p>	<p>объектами теории функций действительного переменного, - обобщать, анализировать, воспринимать информацию, демонстрировать различные методы решения задачи и выбирать оптимальные методы имеющие применение в теории функций действительного переменного.</p>	<p>объектами теории функций действительного переменного, - обобщать, анализировать, воспринимать информацию, демонстрировать различные методы решения задачи и выбирать оптимальные методы имеющие применение в теории функций действительного переменного.</p>	
	<p><b>Владеть:</b> - навыками ориентировки в постановках задач и предлагать возможные варианты решения; - постановкой цели и выбором путей её достижения: математическим языком предметной области, корректно представлять знания в математической форме.</p>	<p>Не владеет - навыками ориентировки в постановках задач и предлагать возможные варианты решения; - постановкой цели и выбором путей её достижения: математическим языком предметной области, корректно представлять знания в математической форме.</p>	<p>В целом владеет - навыками ориентировки в постановках задач и предлагать возможные варианты решения; - постановкой цели и выбором путей её достижения: математическим языком предметной области, корректно представлять знания в математической форме.</p>	<p>Владеет - навыками ориентировки в постановках задач и предлагать возможные варианты решения; - постановкой цели и выбором путей её достижения: математическим языком предметной области, корректно представлять знания в математической форме.</p>	
Повышенный	<p><b>Знать:</b> - основы предметной области: основные базовые определения и понятия теории функций действительного переменного; - методы, идеи и принципы теории функций действительного переменного; - культуру математического мышления, применяемых для решения поставленных</p>				<p>В полном объеме знает - основы предметной области: основные базовые определения и понятия теории функций действительного переменного; - методы, идеи и принципы теории функций действительного переменного; - культуру математического мышления, применяемых для решения</p>

творческих (исследовательских) задач.				поставленных творческих (исследовательских) задач.
<p><b>Уметь:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- решать задачи предметной области: выбирать метод и средства для решения конкретной типовой задачи, аргументировать свой выбор;</li> <li>- методы, идеи и принципы теории функций действительного переменного;</li> <li>- понимать связи между различными математическими объектами теории функций действительного переменного,</li> <li>- обобщать, анализировать, воспринимать информацию, демонстрировать различные методы решения задачи и выбирать оптимальные методы имеющие применение в теории функций действительного переменного.</li> </ul>				<p>В полном объеме умеет</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- решать задачи предметной области: выбирать метод и средства для решения конкретной типовой задачи, аргументировать свой выбор;</li> <li>- методы, идеи и принципы теории функций действительного переменного;</li> <li>- понимать связи между различными математическими объектами теории функций действительного переменного,</li> <li>- обобщать, анализировать, воспринимать информацию, демонстрировать различные методы решения задачи и выбирать оптимальные методы имеющие применение в теории функций действительного переменного.</li> </ul>
<p><b>Владеть:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- навыками ориентировки в постановках задач и предлагать возможные варианты решения;</li> <li>- постановкой цели и выбором путей её достижения: математическим языком предметной области, корректно представлять</li> </ul>				<p>В полном объеме владеет</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- навыками ориентировки в постановках задач и предлагать возможные варианты решения;</li> <li>- постановкой цели и выбором путей её достижения: математическим языком предметной области, корректно</li> </ul>

	знания в математической форме.				представлять знания в математической форме.
<b>ПК-5</b>					
Базовый	<b>Знать:</b> - теорию множеств, строение некоторых видов множеств, теорию меры и интеграла Лебега, теорию операторов и функционалов, элементы теории рядов Фурье для применения в образовательном процессе; - постановку, возможности решения и реализацию задач на предметном уровне в области математического образования.	Не знает - теорию множеств, строение некоторых видов множеств, теорию меры и интеграла Лебега, теорию операторов и функционалов, элементы теории рядов Фурье для применения в образовательном процессе; - постановку, возможности решения и реализацию задач на предметном уровне в области математического образования.	В целом знает - теорию множеств, строение некоторых видов множеств, теорию меры и интеграла Лебега, теорию операторов и функционалов, элементы теории рядов Фурье для применения в образовательном процессе; - постановку, возможности решения и реализацию задач на предметном уровне в области математического образования.	Знает - теорию множеств, строение некоторых видов множеств, теорию меры и интеграла Лебега, теорию операторов и функционалов, элементы теории рядов Фурье для применения в образовательном процессе; - постановку, возможности решения и реализацию задач на предметном уровне в области математического образования.	
	<b>Уметь:</b> - самостоятельно получать новые систематизированные научные и профессиональные знания: работать с конспектами лекций, учебниками, учебно-методической, справочной литературой, другими источниками информации; воспринимать и осмысливать информацию; - применять полученные знания для решения учебных и	Не умеет - самостоятельно получать новые систематизированные научные и профессиональные знания: работать с конспектами лекций, учебниками, учебно-методической, справочной литературой, другими источниками информации; воспринимать и осмысливать информацию; - применять полученные знания для решения учебных и	В целом умеет - самостоятельно получать новые систематизированные научные и профессиональные знания: работать с конспектами лекций, учебниками, учебно-методической, справочной литературой, другими источниками информации; воспринимать и осмысливать информацию; - применять полученные знания для решения учебных и	Умеет - самостоятельно получать новые систематизированные научные и профессиональные знания: работать с конспектами лекций, учебниками, учебно-методической, справочной литературой, другими источниками информации; воспринимать и осмысливать информацию; - применять полученные знания для решения учебных и	



	<p>исследовательских задач; - самостоятельно получать знания для решения задач творческого характера, задач повышенной сложности.</p>	<p>исследовательских задач; - самостоятельно получать знания для решения задач творческого характера, задач повышенной сложности.</p>	<p>исследовательских задач; - самостоятельно получать знания для решения задач творческого характера, задач повышенной сложности.</p>	<p>исследовательских задач; - самостоятельно получать знания для решения задач творческого характера, задач повышенной сложности.</p>	
	<p><b>Владеть:</b> - навыками обработки и интерпретации основных идей и методов теории функций действительного переменного, для определения и решения исследовательских задач; - навыками практического использования теории функций действительного переменного при решении различных задач математического характера; - навыками самостоятельного решения задач: выполнять творческие (исследовательские) проекты, применяя известные математические методы данной дисциплины.</p>	<p>Не владеет <b>Владеть:</b> - навыками обработки и интерпретации основных идей и методов теории функций действительного переменного, для определения и решения исследовательских задач; - навыками практического использования теории функций действительного переменного при решении различных задач математического характера; - навыками самостоятельного решения задач: выполнять творческие (исследовательские) проекты, применяя известные математические методы данной дисциплины.</p>	<p>В целом владеет <b>Владеть:</b> - навыками обработки и интерпретации основных идей и методов теории функций действительного переменного, для определения и решения исследовательских задач; - навыками практического использования теории функций действительного переменного при решении различных задач математического характера; - навыками самостоятельного решения задач: выполнять творческие (исследовательские) проекты, применяя известные математические методы данной дисциплины.</p>	<p>Владеет <b>Владеть:</b> - навыками обработки и интерпретации основных идей и методов теории функций действительного переменного, для определения и решения исследовательских задач; - навыками практического использования теории функций действительного переменного при решении различных задач математического характера; - навыками самостоятельного решения задач: выполнять творческие (исследовательские) проекты, применяя известные математические методы данной дисциплины.</p>	
Повышенный	<p><b>Знать:</b> - теорию множеств, строение некоторых видов множеств, теорию меры и интеграла Лебега, теорию операторов и</p>				<p>В полном объеме знает - теорию множеств, строение некоторых видов множеств, теорию меры и интеграла Лебега, теорию</p>

<p>функционалов, элементы теории рядов Фурье для применения в образовательном процессе;</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- постановку, возможности решения и реализацию задач на предметном уровне в области математического образования.</li> </ul>				<p>операторов и функционалов, элементы теории рядов Фурье для применения в образовательном процессе;</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- постановку, возможности решения и реализацию задач на предметном уровне в области математического образования.</li> </ul>
<p><b>Уметь:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- самостоятельно получать новые систематизированные научные и профессиональные знания:</li> <li>работать с конспектами лекций, учебниками, учебно-методической, справочной литературой, другими источниками информации;</li> <li>воспринимать и осмысливать информацию;</li> <li>- применять полученные знания для решения учебных и исследовательских задач;</li> <li>- самостоятельно получать знания для решения задач творческого характера, задач повышенной сложности.</li> </ul>				<p>В полном объеме умеет</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- самостоятельно получать новые систематизированные научные и профессиональные знания:</li> <li>работать с конспектами лекций, учебниками, учебно-методической, справочной литературой, другими источниками информации;</li> <li>воспринимать и осмысливать информацию;</li> <li>- применять полученные знания для решения учебных и исследовательских задач;</li> <li>- самостоятельно получать знания для решения задач творческого характера, задач повышенной сложности.</li> </ul>
<p><b>Владеть:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- навыками обработки и интерпретации основных идей и методов теории</li> </ul>				<p>В полном объеме владеет</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- навыками обработки и интерпретации основных идей и</li> </ul>

<p>функций действительного переменного, для определения и решения исследовательских задач;</p> <p>- навыками практического использования теории функций действительного переменного при решении различных задач математического характера;</p> <p>- навыками самостоятельного решения задач: выполнять творческие (исследовательские) проекты, применяя известные математические методы данной дисциплины.</p>				<p>методов теории функций действительного переменного, для определения и решения исследовательских задач;</p> <p>- навыками практического использования теории функций действительного переменного при решении различных задач математического характера;</p> <p>- навыками самостоятельного решения задач: выполнять творческие (исследовательские) проекты, применяя известные математические методы данной дисциплины.</p>
--	--	--	--	---

**7.2. Типовые контрольные задания или иные учебно-методические материалы, необходимые для оценивания степени сформированности компетенций в процессе освоения учебной дисциплины**

**7.2.1. Типовые темы к письменным работам, докладам и выступлениям**

**Раздел 1. Мощность множества. Строение линейных множеств. Множества в различных пространствах.**

1. Отображения, их виды.
2. равномощные множества.
3. Счетные множества. Примеры счетных множеств. Признаки счетности множеств.
4. Мощность континуума? Мощность множества всех числовых последовательностей.
5. Доказать, что множество нечетных натуральных чисел и множество четных натуральных чисел равномощны.
6. Доказать, что множество положительных действительных чисел равномощно множеству отрицательных действительных чисел.
7. Доказать, что множество натуральных чисел равномощно множеству чисел, являющихся точными квадратами.
8. Доказать, что любые два интервала  $(a;b)$  и  $(c;d)$  равномощны. Доказать, что отрезок  $[a;b]$  и интервал  $(a;b)$  равномощны.
9. Доказать, что любой круг равномощен любому квадрату.
10. Доказать, что множество иррациональных чисел равномощно множеству действительных чисел.

11. Показать, что множество точек плоскости с рациональными абсциссами имеет мощность континуума.
12. Доказать, что множество всех точек плоскости имеет мощность континуума.
13. Дайте определение внутренней, внешней и граничной точек множества  $E$ . Дайте определение границы множества. Приведите примеры внутренних, внешних и граничных точек для различных фигур на плоскости.
14. Совершенные множества. Канторово совершенное множество. Приведите примеры.
15. Пример всюду плотного множества на отрезке  $[0; 1]$ , отличного от этого отрезка.
16. Свойства открытых и замкнутых множеств.
17. Пусть  $E$  – множество функций пространства  $C[-1; 1]$  таких, что  $f(x) \leq 1$  при  $x \in [-1; 1]$ . Показать, что функция  $f_0(x) = 2x$  является внешней «точкой» для множества  $E$ .

## Раздел 2. Измеримые множества. Мера множества. Мера Лебега. Измеримые функции. Интеграл Лебега.

1. Дайте определение интеграла Римана. Приведите примеры интегрируемых и неинтегрируемых по Риману функций.
2. Какая функция называется интегрируемой по Лебегу на отрезке? Можно ли указать функцию, интегрируемую на отрезке по Риману, но не интегрируемую по Лебегу?
3. Можно ли указать функцию, интегрируемую на отрезке по Лебегу, но не интегрируемую по Риману?
4. Какое множество называется измеримым по Лебегу? Какое число называется его мерой?
6. Докажите, что любой интервал  $(a; b)$  измерим, и найдите его меру.
7. В чем заключается свойство счетной аддитивности меры?
8. Измеримость и мера как инварианты движения.
8. Приведите классы измеримых множеств. Их основные свойства.
9. Охарактеризуйте структуру измеримых функций.
10. Показать, что функция Дирихле  $D(x) = \begin{cases} 0 & \text{при } x \text{ иррациональном,} \\ 1 & \text{при } x \text{ рациональном} \end{cases}$  не интегрируема по Риману на отрезке  $[0; 1]$ .
11. Показать, что функция  $f(x) = \begin{cases} x & \text{при } x \in [0; 1), \\ 0 & \text{при } x \notin [0; 1) \end{cases}$  интегрируема по Лебегу, и найти ее интеграл.
12. Показать, что функция  $f$  такая, что  $f(0) = 0$  и  $f(x) = \frac{1}{\sqrt[3]{x}}$  при  $x \neq 0$  интегрируема на отрезке  $[-1; 8]$ , и найти ее интеграл.
13. Показать, что функция  $f(x) = \frac{1}{1+x^2}$  интегрируема на  $\mathbb{R}$ , и найти ее интеграл.
14. В чем заключается предельный переход под знаком интеграла Лебега?
15. Как восстановить первообразную функции?
16. В чем смысл сходимости по мере и сходимости почти всюду (почти везде)? Их связь.
17. Суммируемые функции. Определение. Примеры.
18. Интеграл от неотрицательной измеримой функции.

## Раздел 3. Метрические и нормированные пространства. Линейные операторы и линейные функционалы.

1. Линейные пространства. Линейная зависимость и независимость элементов.
2. Линейные и аффинные многообразия. Примеры. Изоморфизм.
3. Конечномерные и бесконечномерные линейные пространства.

4. Метрические пространства. Метрика. Примеры.
4. Норма. Линейные нормированные пространства. Аксиомы нормы. Примеры.
5. Неравенства Коши-Буняковского, Минковского, Гельдера.
6. Свойства нормированных пространств. Эквивалентность норм.
7. Евклидовы пространства. Примеры.
8. Скалярное произведение. Аксиомы. Свойства. Примеры пространств со скалярным произведением.
10. Линейные функционалы. Непрерывность и ограниченность.
11. Линейные функционалы в линейных нормированных пространствах.
12. Теорема Хана-Банаха.
13. Непрерывные линейные функционалы в линейных нормированных пространствах.
14. Линейные операторы. Непрерывность и ограниченность.
15. Операторы в нормированных пространствах. Линейные операторы в различных пространствах.
16. Интегральные и дифференциальные операторы.

#### Раздел 4. Ряды Фурье. Основные сведения.

1. В чем заключена задача разложения в тригонометрический ряд.
2. Коэффициенты ряда Фурье. Формулы.
3. Как проверить ортогональность системы функций.
4. Какой вид имеет неравенство Бесселя для тригонометрической системы?
5. Как выглядит комплексная форма тригонометрического ряда Фурье?
6. Условия сходимости ряда Фурье.
7. Ряды Фурье по ортонормальным системам.
8. Ряды Фурье в произвольном гильбертовом пространстве.
9. Разложение функций в ряд Фурье по четным и нечетным степеням.
10. Найти разложение в ряд Фурье функции  $f(x) = x$ , на интервале  $(-\pi, \pi)$
11. Почему ряд  $\frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} (a_n \cos nx + b_n \sin nx)$  можно почленно интегрировать в промежутке от  $-\pi$  до  $\pi$ .
12. В разложении в ряд Фурье функции  $f(x) = \begin{cases} -2; & -\pi < x < 0 \\ 3; & 0 \leq x < \pi \end{cases}$ , на интервале  $(-\pi, \pi)$  найти коэффициент  $a_0$ .
13. Укажите, при каком значении  $l$  система функций  $\left\{1, \cos \frac{\pi l x}{l}, \sin \frac{\pi l x}{l}\right\}_{n=1}^{\infty}$  ортогональна на отрезке  $[-2; 2]$ :
14. Для тригонометрического ряда, составленного для функции  $f(x) = \frac{a_0}{2} + a_1 \cos x + b_1 \sin x + \dots + a_n \cos nx + b_n \sin nx + \dots$ ,  $-\pi \leq x \leq \pi$ , найдите формулы коэффициентов Фурье ( $n = 1, 2, 3, \dots$ ).
15. Для тригонометрического ряда  $b_1 \sin x + b_2 \sin 2x + \dots + b_n \sin nx + \dots$ , составленного для функции  $f(x)$  на отрезке  $[0; \pi]$ , найдите формулы коэффициентов Фурье ( $n = 1, 2, 3, \dots$ ).
16. Для тригонометрического ряда  $a_0 + a_1 \cos x + a_2 \cos 2x + \dots + a_n \cos nx + \dots$ , составленного для функции  $f(x)$  на отрезке  $[0; \pi]$ , укажите верные формулы коэффициентов Фурье ( $n = 1, 2, 3, \dots$ ).

#### Критерии оценки доклада, сообщения, реферата:

Отметка «отлично» за письменную работу, реферат, сообщение ставится, если изложенный в докладе материал:

- отличается глубиной и содержательностью, соответствует заявленной теме;
- четко структурирован, с выделением основных моментов;
- доклад сделан кратко, четко, с выделением основных данных;
- на вопросы по теме доклада получены полные исчерпывающие ответы.

Отметка «хорошо» ставится, если изложенный в докладе материал:

- характеризуется достаточным содержательным уровнем, но отличается недостаточной структурированностью;

- доклад длинный, не вполне четкий;

- на вопросы по теме доклада получены полные исчерпывающие ответы только после наводящих вопросов, или не на все вопросы.

Отметка «удовлетворительно» ставится, если изложенный в докладе материал:

- не достаточно раскрыт, носит фрагментарный характер, слабо структурирован;

- докладчик слабо ориентируется в излагаемом материале;

- на вопросы по теме доклада не были получены ответы или они не были правильными.

Отметка «неудовлетворительно» ставится, если:

- доклад не сделан;

- докладчик не ориентируется в излагаемом материале;

- на вопросы по выполненной работе не были получены ответы или они не были правильными.

### **7.2.2. Примерные вопросы к итоговой аттестации (экзамен)**

#### **Билет №1**

1. Отображения множеств. Виды отображений. Примеры.
2. Предельный переход под знаком интеграла Лебега.
3. Эквивалентные нормы в  $R^n$ . Примеры.

#### **Билет №2**

1. Основные сведения о множествах. Операции над множествами. Примеры.
2. Сходимость ряда Фурье.
3. Доказать, что множество целых чисел счетно.

#### **Билет №3**

1. Понятие эквивалентности множеств. Примеры.
2. Свойства нормированных пространств. Подпространства. Эквивалентность норм. Примеры.
3. Доказать, что производное множество каждого множества замкнуто.

#### **Билет №4**

1. Понятие мощности множеств. Примеры.
2. Внешняя и внутренняя меры ограниченного множества. Примеры.
3. Доказать, что замыкание каждого множества замкнуто.

#### **Билет №5**

1. Счетные множества и их свойства. Примеры.
2. Линейные операторы. Непрерывность и ограниченность. Операторы в нормированных пространствах. Примеры.
3. Доказать, что внутренность любого множества есть открытое множество.

#### **Билет №6**

1. Счетность множеств рациональных и алгебраических чисел. Примеры.

2. Мера замкнутых множеств. Примеры.
3. Доказать, что граница каждого множества замкнута.

#### Билет №7

1. Несчетность множества действительных чисел.
2. Измеримые функции. Примеры.
3. Найти разложение в ряд Фурье функции  $f(x) = x$ , на интервале  $(-\pi, \pi)$

#### Билет №8

1. Множества мощности континуума. Примеры.
2. Линейные функционалы в линейных нормированных пространствах. Теорема Хана-Банаха. Примеры.

3. Показать, что функция  $f(x) = \begin{cases} x & \text{при } x \in [0;1), \\ 0 & \text{при } x \notin [0;1) \end{cases}$  интегрируема по Лебегу, и найти ее интеграл.

#### Билет №9

1. Эквивалентные функции. Измеримость непрерывной функции. Примеры.
2. Линейные операторы в различных пространствах. Интегральные и дифференциальные операторы. Примеры.
3. Установить взаимно-однозначное соответствие между отрезком  $[0,1]$  и интервалом  $(0,1)$ .

#### Билет №10

1. Мощность множества  $C_{[a,b]}$ .
2. Сравнение интегралов Римана и Лебега. Примеры.
3. В разложении в ряд Фурье функции  $f(x) = \begin{cases} -2; & -\pi < x < 0 \\ 3; & 0 \leq x < \pi \end{cases}$ , на интервале  $(-\pi, \pi)$  найти коэффициент  $a_0$ .

#### Билет №11

1. Мощность множества всех вещественных функций.
2. Свойства интеграла Лебега.
3. Доказать, что отрезок  $[a;b]$  и интервал  $(a;b)$  равномощны.

#### Билет №12

1. Сравнение мощностей. Примеры.
2. Неравенства Коши-Буняковского, Минковского, Гельдера. Применения.
3. Для тригонометрического ряда  $b_1 \sin x + b_2 \sin 2x + \dots + b_n \sin nx + \dots$ , составленного для функции  $f(x)$  на отрезке  $[0; \pi]$ , найдите формулы коэффициентов Фурье ( $n = 1, 2, 3, \dots$ ).

#### Билет №13

1. Мощность множества подмножеств. Примеры.
2. Норма. Линейные нормированные пространства. Аксиомы нормы. Примеры.
3. Постройте биективное отображение луча  $(0, \infty)$  на прямую.

#### Билет №14

1. Замкнутые и открытые множества. Примеры.
2. Линейные функционалы. Непрерывность и ограниченность. Примеры.
3. Постройте биективное отображение круга радиуса  $r$  на круг радиуса  $R$ , ( $r < R$ ).

### Билет №15

1. Замкнутые множества и их свойства. Примеры.
2. Интеграл Лебега от ограниченной функции. Примеры.
3. Для тригонометрического ряда  $a_0 + a_1 \cos x + a_2 \cos 2x + \dots + a_n \cos nx + \dots$ , составленного для функции  $f(x)$  на отрезке  $[0; \pi]$ , укажите верные формулы коэффициентов Фурье ( $n = 1, 2, 3, \dots$ ).

### Билет №16

1. Открытые множества и их свойства. Примеры.
2. Задача разложения функции в тригонометрический ряд. Примеры.
3. Доказать, что множество точных квадратов натуральных чисел счетно.

### Билет №17

1. Структура и строение открытых множеств. Примеры.
2. Скалярное произведение. Аксиомы. Свойства. Примеры.
3. Докажите, что любой интервал  $(a; b)$  измерим, и найдите его меру.

### Билет №18

1. Структура и строение замкнутых множеств. Примеры.
2. Комплексная форма тригонометрического ряда Фурье. Примеры.
3. Доказать, что множество всех точек плоскости имеет мощность континуума.

### Билет №19

1. Совершенные множества. Канторово совершенное множество. Примеры.
2. Метрические пространства. Аксиомы метрики. Примеры.
3. Доказать, что любой круг равномошен любому квадрату.

### Билет №20

1. Понятие меры множества. Мера открытых множеств. Примеры.
2. Формулы Фурье для коэффициентов ряда. Примеры.
3. Доказать, что множество иррациональных чисел равномощно множеству действительных чисел.

### Критерии оценки устного ответа на вопросы по дисциплине «Теория функций действительного переменного»:

✓ 5 баллов - если ответ показывает глубокое и систематическое знание всего программного материала и структуры конкретного вопроса, а также основного содержания и новаций лекционного курса по сравнению с учебной литературой. Студент демонстрирует отчетливое и свободное владение концептуально-понятийным аппаратом, научным языком и терминологией соответствующей научной области. Знание основной литературы и знакомство с дополнительно рекомендованной литературой. Логически корректное и убедительное изложение ответа.

✓ 4 - балла - знание узловых проблем программы и основного содержания лекционного курса; умение пользоваться концептуально-понятийным аппаратом в процессе анализа основных проблем в рамках данной темы; знание важнейших работ из списка рекомендованной литературы. В целом логически корректное, но не всегда точное и аргументированное изложение ответа.

✓ 3 балла – фрагментарные, поверхностные знания важнейших разделов программы и содержания лекционного курса; затруднения с использованием научно-понятийного аппарата и терминологии учебной дисциплины; неполное знакомство с рекомендованной литературой; частичные затруднения с выполнением предусмотренных программой заданий; стремление логически определенно и последовательно изложить ответ.



✓ 2 балла – незнание, либо отрывочное представление о данной проблеме в рамках учебно-программного материала; неумение использовать понятийный аппарат; отсутствие логической связи в ответе.

### 7.2.3. Тестовые задания для проверки знаний студентов

#### Тест I

##### *Мощность множества. Линейные множества.*

**1. Задание №1 (ПК-5)** Если между элементами двух различных множеств А и В, можно установить взаимно-однозначное соответствие, хотя бы по одному закону, то эти множества называются .....

*Правильные варианты ответа:* эквивалентными; эквивалентные.

**2. Задание № 2 (УК-1, ПК-5)** Соответствие между множествами и их мощностями:

- |   |              |
|---|--------------|
| 1. Множество всех рациональных чисел    | а) счетное   |
| 2. Множество всех алгебраических чисел  | б) счетное   |
| 3. Множество всех иррациональных чисел  | в) несчетное |
| 4. Множество всех трансцендентных чисел | г) несчетное |

*Правильные варианты ответа:* 1-а, 2-б, 3-в, 4-г.

**3. Задание № 3 (УК-1, ПК-5)** Мощность множества всех вещественных функций, определенных на отрезке  $[0,1]$ , имеет мощность...

$c$      $f - c$      $a$      $f$      $\frac{c}{a}$

**4. Задание № 4 (УК-1, ПК-5)** Мощность множества всех непрерывных функций, определенных на отрезке  $[a,b]$ , имеет мощность...

$\frac{a}{f}$      $f + c$      $a$      $a \cdot c$      $c$

**5. Задание № 5 (УК-1, ПК-5)** Соответствие между множествами и их свойствами и определениями:

- |                             |  |
|-----------------------------|--|
| 1. Множество открытое       | а) Состоит только из внутренних точек  |
| 2. Множество замкнутое      | б) Содержит все свои предельные точки  |
| 3. Множество производное    | в) Множество всех предельных точек     |
| 4. Множество плотное в себе | г) Все точки множества есть предельные |

*Правильные варианты ответа:* 1-а, 2-б, 3-в, 4-г.

**6. Задание № 6 (УК-1, ПК-5)** Множество  $A = \left\{1, \frac{1}{2}, \dots, \frac{1}{n}, \dots, 0\right\} \dots$

не замкнуто    совершенное    замкнуто, но не плотно в себе    плотно в себе

**7. Задание № 7 (УК-1, ПК-5)** Соответствие между множествами:

1.  $(a,b) \subset [c,d]$    а)  $[c,a] \cup [b,d]$  - замкнуто

2.  $[a, b] \subset (c, d)$

б)  $(c, a) \cup [b, d]$  - открыто

3.  $[a, b] \subset [c, d]$

в)  $[c, a) \cup (b, d]$  - ни замкнуто, ни открыто

г)  $[c, a) \cup (b, d]$  - замкнуто

*Правильные варианты ответа:* 1-а, 2-б, 3-в.

**8. Задание № 8 (УК-1, ПК-5)** Соответствие указанных функций  $g(x)$ , для множества  $E$  – функций пространства  $C[-1, 1]$ , таких, что  $f(x) \leq 1$  при  $x \in [-1, 1]$ :

1.  $g(x) = 1 - x^2$

а) Граничная «точка»

2.  $g(x) = \sin x$

б) Внутренняя «точка»

3.  $g(x) = 2x$

в) Внешняя «точка»

г) Изолированная «точка»

*Правильные варианты ответа:* 1-а, 2-б, 3-в.

**9. Задание № 9 (УК-1, ПК-5)** Взаимно-однозначное соответствие между полуинтервалом  $[0, 1)$  и полупрямой  $[0, +\infty)$ , есть...

$f(x) = \operatorname{ctg} \frac{\pi}{2} x; x \in [0, +\infty)$

$f(x) = \operatorname{ctg} \frac{\pi}{2} x; x \in [-\infty, +\infty)$

$f(x) = \operatorname{tg} \frac{\pi}{2} x; x \in [0, +\infty)$

$f(x) = \operatorname{tg} x; x \in [0, +\infty)$

**10. Задание №10 (УК-1, ПК-5)** Производное множество множества  $\{\sin n\pi\alpha\}_{n=1}^{\infty}$ , где  $\alpha$  - иррациональное фиксированное число, есть...

$[0, 1]$    $(0, 1)$    $\{0, 1\}$    $[-1, 1]$

**11. Задание №11 (УК-1, ПК-5)** Множество  $\{\sin r\}$ , где  $r$  - любое рациональное число, ..... на отрезке:  $[-1, 1]$ .

*Правильные варианты ответа:* всюду плотно; всюду плотное.

**12. Задание №12 (УК-1, ПК-5)** Каждое несчетное замкнутое множество  $A$ , представимо в виде:  $A = B + C$ , где...

- $B$  - совершенное множество,  $C$  - счетное множество
- $B$  - открытое множество,  $C$  - счетное множество
- $B$  - замкнутое множество,  $C$  - несчетное множество
- $B$  - совершенное множество,  $C$  - несчетное множество

**13. Задание №13 (УК-1, ПК-5)** Множество  $A$  точек, координаты которых удовлетворяют условиям:  $\begin{cases} x + y > 5, \\ x^2 + y^2 > 36 \end{cases}$  .....

*Правильные варианты ответа:* открыто; открытое.

**14. Задание № 14 (УК-1, ПК-5)** Соответствие множеств и их замыканий:

1. Множество точек вида:  $\frac{a^2}{b^2}$ ; где  $a, b \in \mathbb{Z}; b \neq 0$ . а)  $[0, +\infty)$

2. Множество точек вида:  $\frac{b^2}{4a^2 + b^2}$ ; где  $a, b \in \mathbb{Z}; a \neq 0, b \neq 0$ . б)  $[0, 1]$

3. Множество точек вида:  $2^{\frac{a}{b}}$ ; где  $a, b \in \mathbb{N}$ . в)  $[1, +\infty)$   
г)  $(0, 1)$   
д)  $(0, +\infty)$

*Правильные варианты ответа:* 1-а, 2-б, 3-в.

**15. Задание №15 (УК-1, ПК-5)**  $A$  - произвольное множество,  $B$  - множество всех функций на  $A$ , принимающих значения 0 и 1:  $f : A \rightarrow \{0, 1\}$ . Тогда...

- $|A| < |B|$      $|A| > |B|$      $|A| = |B|$

### Тест II

#### Мера Лебега. Измеримые множества и функции. Интеграл Лебега.

**16. Задание №16 (ПК-5)** Мера множества  $E$ , которое содержит хотя бы одну внутреннюю точку, есть...

- $mE \geq 0$      $mE > 0$      $mE = 0$      $mE < 0$

**17. Задание №17 (УК-1, ПК-5)** Соответствие мер пересечения  $E = \bigcap_n E_n$  - убывающей последовательности  $\{E_n\}$  - измеримых множеств бесконечной меры:

$$1. E_n = \left[ -\frac{1}{n}, +\infty \right);$$

$$a) mE = +\infty;$$

$$2. E_n = [-1, 0] \cup [n, +\infty);$$

$$б) mE = 1$$

$$3. E_n = [n, +\infty);$$

$$в) mE = 0$$

$$г) mE = -1$$

Правильные варианты ответа: 1-а, 2-б, 3-в.

**18. Задание №18 (ПК-5)**  $E$  - множество всех рациональных чисел на отрезке  $[0, 1]$ . Тогда мера замыкания:  $m\bar{E}$ , равна...

Правильные варианты ответа: 1.

**19. Задание №19 (УК-1, ПК-5)** Для любой конечной или счетной совокупности  $\{E_i\}$  - измеримых множеств в евклидовом пространстве выполняется:

$$\square \sum_i mE_i \geq m\left(\bigcup_i E_i\right) + \sum_{i < j} m(E_i \cap E_j)$$

$$\surd \sum_i mE_i \leq m\left(\bigcup_i E_i\right) + \sum_{i < j} m(E_i \cap E_j)$$

$$\square \sum_i mE_i < m\left(\bigcap_i E_i\right) + \sum_{i < j} m(E_i \cap E_j)$$

$$\square \sum_i mE_i = m\left(\bigcup_i E_i\right) + \sum_{i < j} m(E_i \cap E_j)$$

**20. Задание №20 (УК-1, ПК-5)** Соответствие свойств мер Лебега ограниченных замкнутых и открытых множеств на прямой:

1. Мера непустых открытых множеств

а) Мера положительна

2. Мера непустых замкнутых множеств

б) Мера неотрицательна

в) Мера равна нулю

г) Мера равна единице

Правильные варианты ответа: 1-а, 2-б.

**21. Задание № 21 (УК-1, ПК-5)** На квадрате  $[0,1] \times [0,1]$  нигде не плотное совершенное множество имеет плоскую меру равную: 0,1. Тогда мера дополнения к совершенному множеству равна...

Правильные варианты ответа: 0,9.

22. **Задание №22 (УК-1, ПК-5)** Для любой измеримой и почти везде конечной на множестве  $E$  функции существует последовательность..... на  $E$  функций, которая сходится к ней по мере на  $E$ .

непрерывных  ограниченных  равномерно непрерывных  дифференцируемых

23. **Задание №23 (УК-1, ПК-5)** Множество и ее характеристическая функция одновременно....

- измеримы и неизмеримы  
 измеримы и меры их равны друг другу  
 неизмеримы и меры их равны нулю  
 неизмеримы и меры их равны бесконечности

24. **Задание № 24 (УК-1, ПК-5)** Мера графика непрерывной на отрезке  $[a, b]$  функции равна...

$|f(x)|$   1  0   $1-|f(x)|$

25. **Задание № 25 (УК-1, ПК-5)** Некоторое соотношение или обстоятельство имеет место на  $E$  ....., если множество точек в которых оно выполняется, имеет меру 0.

*Правильные варианты ответа:* почти везде; почти всюду.

26. **Задание № 26 (УК-1, ПК-5)** Дана измеримая функция  $f(x)$ . Измеримость функции  $|f(x)|$ , при любом  $a > 0$ , означает:

- $E(|f(x)| > a) = E(f(x) < a) \cup E(f(x) > -a)$   
  $E(|f(x)| > a) = E(f(x) < -a) \cap E(f(x) > a)$   
  $E(|f(x)| > a) = E(f(x) \leq a) \cap E(f(x) \geq -a)$   
  $E(|f(x)| > a) = E(f(x) < -a) \cup E(f(x) > a)$

27. **Задание № 27 (УК-1, ПК-5)** Соответствие внешней -  $m^*E$  и внутренней -  $m_*E$  мер ограниченного множества  $E$ :

1. Внешняя мера  $m^*E$ , где  $E_i$ - всевозможные открытые множества, содержащие  $E$

$$a) m^*E = \inf_{E \subset \bigcup_i E_i} \sum_i mE_i$$

2. Внутренняя мера  $m_*E$ , где  $E_i$ - всевозможные замкнутые множества, содержащиеся в  $E$

$$б) m_*E = \sup_{\bigcup_i E_i \subset E} \sum_i mE_i$$

$$в) m^*E = \inf_{\bigcup_i E_i \subset E} \sum_i mE_i$$

$$\Gamma) m_* E = \sup_i \sum_i m E_i$$

Правильные варианты ответа: 1-а, 2-б.

28. Задание № 28 (УК-1, ПК-5) Интеграл Лебега на множестве  $E$  от ограниченной измеримой функции  $f(x)$ , определяется по формуле:

$\int_E f(x) dx = \lim_{\lambda \rightarrow 0} \sum_{k=0}^{\infty} y_k m e_k ; \lambda = \max_k (y_{k+1} \cdot y_k)$

$\int_E f(x) dx = \lim_{\lambda \rightarrow 0} \sum_{k=0}^n y_k m e_k ; \lambda = \max_k (y_{k+1} + y_k)$

$\int_E f(x) dx = \lim_{\lambda \rightarrow 0} \sum_{k=0}^n y_k m e_k ; \lambda = \max_k (y_{k+1} - y_k)$

$\int_E f(x) dx = \lim_{\lambda \rightarrow 0} \sum_{k=0}^n (y_k - m e_k) ; \lambda = \max_k (y_{k+1} - y_k)$

29. Задание № 29 (УК-1, ПК-5) Пусть  $f_n(x) = \begin{cases} n; 0 < x < \frac{1}{n} \\ 0; \frac{1}{n} \leq x < 1. \end{cases} n = 1, 2, \dots, x \in (0, 1)$ . Тогда

интеграл:  $\int_0^1 f_n(x) dx$ , равен...

Правильные варианты ответа: 1.

30. Задание №30 (УК-1, ПК-5) Интеграл Лебега:  $\int_0^1 f(x) dx$ , если:

$$f(x) = \begin{cases} x, \text{ для } x - \text{иррациональных, больших, чем } \frac{1}{2}, \\ x^2, \text{ для } x - \text{иррациональных, меньших, чем } \frac{1}{2}, \\ 0, \text{ в рациональных точках.} \end{cases} \text{ равен...}$$

- 0,32     $\frac{10}{24}$      $\frac{1}{2}$     0

### Тест III

**Метрические и нормированные пространства. Линейные операторы и линейные функционалы. Ряды Фурье.**

31. Задание №31 (УК-1) Линейное пространство бесконечномерно, если для каждого натурального  $n$ , в нем существует  $n$  элементов являющихся.....

Правильные варианты ответа: линейно независимыми; линейно независимые.

32. Задание № 32 (УК-1, ПК-5) Установить соответствие:

1. Евклидово пространство:  $R^n$

а)  $\|x\| = \sqrt{\sum_{i=1}^n |\xi_i|^2}$

2. Пространство всех числовых последовательностей:  $l_1$

б)  $\|x\| = \sum_{i=1}^{\infty} |\xi_i|$

3. Пространство ограниченных числовых последовательностей:  $m$

в)  $\|x\| = \sup_i \{\xi_i\}$

Правильные варианты ответа: 1-а, 2-б, 3-в.

33. Задание № 33 (УК-1, ПК-5) В нормированном пространстве, расстояние между любыми двумя его элементами можно ввести по формуле:

$\rho(x, y) = \|x + y\|$    $\rho(x, y) = \|x \cdot y\|$    $\rho(x, y) = \|x - y\|$    $\rho(x, y) = \sqrt{\|x - y\|}$

34. Задание № 34 (УК-1, ПК-5) Какие функции задают норму на числовой прямой:

$x^2$    $|x - 1|$    $\sqrt{x}$    $\sqrt{|x|}$

35. Задание №35 (ПК-5) Последовательность функций  $x_n(t) = t^n$ , в пространстве  $C[0, 1]$ , сходится к функции  $\theta(t)$ , равной:

0   $\frac{n}{n+1}$    $\frac{1}{n}$   1

36. Задание № 36 (УК-1, ПК-5) Установите соответствие:

1. Неравенство Гёльдера

а)  $\sum_{i=1}^{\infty} |\xi_i \eta_i| \leq \left( \sum_{i=1}^{\infty} |\xi_i|^p \right)^{1/p} \left( \sum_{i=1}^{\infty} |\eta_i|^q \right)^{1/q}, \frac{1}{p} + \frac{1}{q} = 1$

2. Неравенство Минковского

б)  $\left( \sum_{i=1}^{\infty} |\xi_i + \eta_i|^p \right)^{1/p} \leq \left( \sum_{i=1}^{\infty} |\xi_i|^p \right)^{1/p} + \left( \sum_{i=1}^{\infty} |\eta_i|^p \right)^{1/p}, p \geq 1$

в)  $\left( \sum_{i=1}^{\infty} |\xi_i + \eta_i|^p \right)^{1/p} \leq \left( \sum_{i=1}^{\infty} |\xi_i|^p \right)^{1/p} \left( \sum_{i=1}^{\infty} |\eta_i|^p \right)^{1/p}, p \geq 1$

г)  $\left( \sum_{i=1}^{\infty} |\xi_i + \eta_i|^{p+q} \right)^{1/(p+q)} \leq \left( \sum_{i=1}^{\infty} |\xi_i|^p \right)^{1/p} + \left( \sum_{i=1}^{\infty} |\eta_i|^q \right)^{1/q}, \frac{1}{p} + \frac{1}{q} = 1$

Правильные варианты ответа: 1 - а; 2 - б.

37. Задание №37 (УК-1, ПК-5) Все нормы в пространстве  $R^n$ , задают ..... метрики.

Правильные варианты ответа: эквивалентные; эквивалентная.

38. Задание № 38 (УК-1, ПК-5) Функция  $f(x)$  нормированная на  $[a, b]$ , если она удовлетворяет условию:

$$\square \int_a^b f^2(x) dx = 0 \quad \square \int_a^b f(x) dx = 1 \quad \square \left\{ \int_a^b |f(x)|^2 dx \right\}^{1/2} = 1 \quad \checkmark \int_a^b f^2(x) dx = 1$$

**39. Задание № 39 (УК-1, ПК-5)** Функционал  $l(x)$ , определенный и непрерывный на компактном в себе множестве, метрического пространства является ..... на этом множестве.

*Правильные варианты ответа:* ограниченный; ограниченным.

**40. Задание № 40 (УК-1, ПК-5)** Функционал  $l(x)$ , определенный на линейном нормированном пространстве  $X$ , называется ограниченным, если  $\exists \alpha > 0$ , что:

$$\square \|l(x)\| \leq \alpha \|x\| \quad \checkmark |l(x)| \leq \alpha \|x\| \quad \square \alpha \|l(x)\| \leq \|x\| \quad \square \frac{\|l(x)\|}{\alpha} \geq \|x\|$$

**41. Задание № 41 (УК-1, ПК-5)** Норма ограниченного оператора  $A$ , есть:

$$\checkmark \|A\| = \sup_x \frac{\|Ax\|}{\|x\|}; x \neq 0 \quad \square \|A\| = \inf_x \frac{\|Ax\|}{\|x\|}; x \neq 0 \quad \square \|A\| = \sup_x (\|Ax\| - \|x\|); x \neq 0$$

**42. Задание № 42 (УК-1, ПК-5)** Линейный оператор  $A: X \rightarrow Y$ , заданный на  $X$  и непрерывный в точке ....., непрерывен в любой точке  $x_0 \in X$ :

*Правильные варианты ответа:* ноль, нуль.

**43. Задание № 43 (УК-1, ПК-5)** Разложение в ряд Фурье функции  $f(x) = x$ , на интервале  $(-\pi, \pi)$ , имеет вид...

$$\checkmark x = 2 \left( \sin x - \frac{1}{2} \sin 2x + \frac{1}{3} \sin 3x - \frac{1}{4} \sin 4x + \dots \right)$$

$$\square x = 2(\sin x - \sin 2x + \sin 3x - \sin 4x + \dots)$$

$$\square x = \left( \sin x + \frac{1}{2} \sin 2x + \frac{1}{3} \sin 3x + \frac{1}{4} \sin 4x + \dots \right)$$

$$\square x = 2 \left( \sin \frac{x}{2} - \frac{1}{2} \sin x + \frac{1}{3} \sin \frac{3}{2}x - \frac{1}{4} \sin 2x + \dots \right)$$

**44. Задание № 44 (УК-1, ПК-5)** Соответствие коэффициентов и их значений в разложении в ряд Фурье функции  $f(x) = \begin{cases} -2; & -\pi < x < 0 \\ 3; & 0 \leq x < \pi \end{cases}$ , на интервале  $(-\pi, \pi)$

1.  $a_0$

а) 1

2.  $a_n$

б) 0

3.  $b_n$

в)  $\begin{cases} \frac{10}{\pi n}; & n - \text{нечетное} \\ 0; & n - \text{четное} \end{cases}$



$$г) \begin{cases} \pi n; n - \text{нечетное} \\ 1; n - \text{четное} \end{cases}$$

Правильные варианты ответа: 1-а, 2-б, 3-в.

45. Задание № 45 (УК-1, ПК-5) Ряд  $\frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} (a_n \cos nx + b_n \sin nx)$  можно почленно интегрировать в промежутке от  $-\pi$  до  $\pi$ , так как он:

замкнут  ограничен  мажорируем

### Методические материалы, определяющие процедуры оценивания знаний

Ключи к тестовым заданиям.

Задания № вопроса в тесте	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22		
1		a			a		a	a				+		a	+		a			a			+	
2		б			б		б	б						б		+	б			+	б			
3		в			в	+	в	в	+					в			в							
4		г	+	+	г						+													
Задания № вопроса в тесте	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	41	42	43	44	45	
1	+				a			+		a		+		a					+		+	a		
2					б					б				б				+					б	
3		+				+	+			в	+											в	+	
4				+									+			+								

**Шкала оценивания** (за правильный ответ дается 1 балл)

«неудовлетворительно» – 50% и менее

«удовлетворительно» – 51-80%

«хорошо» – 81-90%

«отлично» – 91-100%

### Критерии оценки тестового материала по дисциплине

#### «Теория функций действительного переменного»:

✓ 5 баллов - выставляется студенту, если выполнены все задания варианта, продемонстрировано знание фактического материала (базовых понятий, алгоритма, факта).

✓ 4 балла - работа выполнена вполне квалифицированно в необходимом объеме; имеются незначительные методические недочёты и дидактические ошибки. Продемонстрировано умение правильно использовать специальные термины и понятия, узнавание объектов изучения в рамках определенного раздела дисциплины; понятен творческий уровень и аргументация собственной точки зрения

✓ 3 балла – продемонстрировано умение синтезировать, анализировать, обобщать фактический и теоретический материал с формулированием конкретных выводов, установлением причинно-следственных связей в рамках определенного раздела дисциплины;

✓ 2 балла - работа выполнена на неудовлетворительном уровне; не в полном объеме, требует доработки и исправлений и исправлений более чем половины объема.

#### **7.2.4. Балльно-рейтинговая система оценки знаний обучающихся**

Согласно Положения о балльно-рейтинговой системе оценки знаний обучающихся баллы выставляются в соответствующих графах журнала (см. «Журнал учета балльно-рейтинговых показателей студенческой группы») в следующем порядке:

«Посещение» - 2 балла за присутствие на занятии без замечаний со стороны преподавателя; 1 балл за опоздание или иное незначительное нарушение дисциплины; 0 баллов за пропуск одного занятия (вне зависимости от уважительности пропуска) или опоздание более чем на 15 минут или иное нарушение дисциплины.

«Активность» - от 0 до 5 баллов выставляется преподавателем за демонстрацию студентом знаний во время занятия письменно или устно, за подготовку домашнего задания, участие в дискуссии на заданную тему и т.д., то есть за работу на занятии. При этом преподаватель должен опросить не менее 25% из числа студентов, присутствующих на практическом занятии.

«Контрольная работа» или «тестирование» - от 0 до 5 баллов выставляется преподавателем по результатам контрольной работы или тестирования группы, проведенных во внеаудиторное время. Предполагается, что преподаватель по согласованию с деканатом проводит подобные мероприятия по выявлению остаточных знаний студентов не реже одного раза на каждые 36 часов аудиторного времени.

«Отработка» - от 0 до 2 баллов выставляется за отработку каждого пропущенного лекционного занятия и от 0 до 4 баллов может быть поставлено преподавателем за отработку студентом пропуска одного практического занятия или практикума. За один раз можно отработать не более шести пропусков (т.е., студенту выставляется не более 18 баллов, если все пропущенные шесть занятий являлись практическими) вне зависимости от уважительности пропусков занятий.

«Пропуски в часах всего» - количество пропущенных занятий за отчетный период умножается на два (1 занятие=2 часам) (заполняется делопроизводителем деканата).

«Пропуски по неуважительной причине» - графа заполняется делопроизводителем деканата.

«Попуски по уважительной причине» - графа заполняется делопроизводителем деканата.

«Корректировка баллов за пропуски» - графа заполняется делопроизводителем деканата.

«Итого баллов за отчетный период» - сумма всех выставленных баллов за данный период (графа заполняется делопроизводителем деканата).

#### **Таблица перевода балльно-рейтинговых показателей в отметки традиционной системы оценивания**

Соотношение часов лекционных и практических занятий	0/2	1/3	1/2	2/3	1/1	3/2	2/1	3/1	2/0	Соответствие отметки коэффициенту
Коэффициент соответствия балльных показателей традиционной отметке	1,5	1,1	1,1	1,1	1,1	1,1	1,1	1,1	1,1	«зачтено»
	1	1	1	1	1	1	1	1	1	«удовлетворительно»
	2	1,75	1,65	1,6	1,5	1,4	1,35	1,25	-	«хорошо»
	3	2,5	2,3	2,2	2	1,8	1,7	1,5	-	«отлично»

Необходимое количество баллов для выставления отметок («зачтено», «удовлетворительно», «хорошо», «отлично») определяется произведением реально проведенных аудиторных часов (n) за отчетный период на коэффициент соответствия в зависимости от соотношения часов лекционных и практических занятий согласно приведенной таблице.

«Журнал учета балльно-рейтинговых показателей студенческой группы» заполняется преподавателем на каждом занятии.

В случае болезни или другой уважительной причины отсутствия студента на занятиях, ему предоставляется право отработать занятия по индивидуальному графику.

Студенту, набравшему количество баллов менее определенного порогового уровня, выставляется оценка «неудовлетворительно» или «не зачтено». Порядок ликвидации задолженностей и прохождения дальнейшего обучения регулируется на основе действующего законодательства РФ и локальных актов КЧГУ.

Текущий контроль по лекционному материалу проводит лектор, по практическим занятиям – преподаватель, проводивший эти занятия. Контроль может проводиться и совместно.

## **8. Перечень основной и дополнительной учебной литературы, необходимой для освоения дисциплины (модуля). Информационное обеспечение образовательного процесса**

### **8.1. Основная литература**

1. Быкова, О. Н. Теория функций действительного переменного: учебное пособие / О.Н. Быкова, С.Ю. Колягин, Б.Н. Кукушкин Б. - М.: КУРС, ИНФРА-М, 2019. - 196 с. - ISBN 978-5-905554-21-6. - URL: <https://znanium.com/catalog/product/1027407> (дата обращения: 05.09.2020). – Режим доступа: по подписке. – Текст: электронный.
2. Колмогоров А.Н., Фомин С.В. Элементы теории функций и функционального анализа. [Электронный ресурс]. М.: Физматлит, 2012. URL: <http://biblioclub.ru>
3. Леонтьева Т.А., Панферов В.С., Серов В.С. Задачи по теории функций действительного переменного. М.: Изд-во МГУ, 2010.
4. Леонтьева, Т. А. Задачи по теории функций и функциональному анализу с решениями: учебное пособие / Т.А. Леонтьева, А.В. Домрина. - Москва: Инфра-М, 2013. - 164 с. - ISBN 978-5-16-006429-1. - URL: <https://znanium.com/catalog/product/377270> (дата обращения: 15.10.2020). – Режим доступа: по подписке. - Текст: электронный.
5. Натансон И.П. Теория функций вещественной переменной. [Электронный ресурс]: Учебники — Электрон. дан. — СПб.: Лань, 2008. — 560 с. — Режим доступа: <http://e.lanbook.com/book/284>
6. Люстерник, Л.А. Краткий курс функционального анализа. [Электронный ресурс]: Учебные пособия / Л.А. Люстерник, В.И. Соболев. — Электрон. дан. — СПб. : Лань, 2009. — 272 с. — Режим доступа: <http://e.lanbook.com/book/245>

### **8.2. Дополнительная литература**

1. Авраменко В.С. Теория функций действительного переменного. [Электронный ресурс]. Учебное пособие. Часть 1. – Елец: ЕГУ им. И.А. Бунина, 2011. URL: <http://biblioclub.ru>
2. Власова, Е.А. Элементы функционального анализа. [Электронный ресурс]: Учебные пособия / Е.А. Власова, И.К. Марчевский. — Электрон. дан. — СПб.: Лань, 2015. — 400 с. — Режим доступа: <http://e.lanbook.com/book/67481>
3. Смолин, Ю.Н. Введение в теорию функций действительной переменной. [Электронный ресурс] : Учебные пособия — Электрон. дан. — М.: ФЛИНТА, 2012. — 516 с. — Режим доступа: <http://e.lanbook.com/book/44769>

4. Треногин, В.А. Задачи и упражнения по функциональному анализу. [Электронный ресурс] : Учебные пособия / В.А. Треногин, Б.М. Писаревский, Т.С. Соболева. — Электрон. дан. — М.: Физматлит, 2005. — 240 с. — Режим доступа: <http://e.lanbook.com/book/2342>

5. Ульянов, П. Л. Действительный анализ в задачах: учебное пособие / П. Л. Ульянов, А. Н. Бахвалов, М. И. Дьяченко и др. - Москва: ФИЗМАТЛИТ, 2005. - 416 с. - ISBN 5-9221-0595-7. - URL: <https://znanium.com/catalog/product/544632> (дата обращения: 05.09.2020). – Режим доступа: по подписке. – Текст: электронный.

## 9. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины (модуля)

Виды учебных занятий	Организация деятельности студента
<b>Лекция</b>	Написание конспекта лекций: краткое, схематичное, последовательное фиксирование основных положений, выводов, формулировок, обобщений; выделение ключевых слов, терминов. Проверка терминов, понятий с помощью энциклопедий, словарей, справочников с выписыванием толкований в тетрадь. Обозначение вопросы, терминов, материала, вызывающего трудности. Если самостоятельно не удастся разобраться в материале, необходимо сформулировать вопрос и задать преподавателю на консультации, на практическом занятии.
<b>Практические занятия</b>	Конспектирование источников. Работа с конспектом лекций, подготовка ответов к контрольным вопросам, просмотр рекомендуемой литературы, работа с текстом.
<b>Контрольная работа/ индивидуальные задания</b>	Знакомство с основной и дополнительной литературой, включая справочные издания, зарубежные источники, конспект основных положений, терминов, сведений, требующих для запоминания и являющихся основополагающими в этой теме. Составление аннотаций к прочитанным литературным источникам и др.
<b>Реферат</b>	Реферат: Поиск литературы и составление библиографии, использование от 3 до 5 научных работ, изложение мнения авторов и своего суждения по выбранному вопросу; изложение основных аспектов проблемы. Ознакомиться со структурой и оформлением реферата.
<b>Коллоквиум</b>	Работа с конспектом лекций, подготовка ответов к контрольным вопросам и др.
<b>Самостоятельная работа</b>	Проработка учебного материала занятий лекционного и семинарского типа. Изучение нового материала до его изложения на занятиях. Поиск, изучение и презентация информации по заданной теме, анализ научных источников. Самостоятельное изучение отдельных вопросов тем дисциплины, не рассматриваемых на занятиях лекционного и семинарского типа. Подготовка к текущему контролю, к промежуточной аттестации.
<b>Подготовка к экзамену</b>	При подготовке к экзамену необходимо ориентироваться на конспекты лекций, рекомендуемую литературу и др.

## 10. Требования к условиям реализации рабочей программы дисциплины (модуля)

### 10.1. Общесистемные требования

Электронная информационно-образовательная среда ФГБОУ ВО «КЧГУ»

<http://kchgu.ru> - адрес официального сайта университета

<https://do.kchgu.ru> - электронная информационно-образовательная среда КЧГУ

Электронно-библиотечные системы (электронные библиотеки)

Наименование документа с указанием реквизитов	Срок действия документа
Электронно-библиотечная система ООО «Знаниум». Договор № 915 от 12.05.2023 г.	12.05.2023 15.05.2024
Электронно-библиотечная система «Лань». Договор № СЭБ НВ-294 от 1 декабря 2020 года.	Бессрочный
Электронная библиотека КЧГУ (Э.Б.). Положение об ЭБ утверждено Ученым советом от 30.09.2015г. Протокол № 1. Электронный адрес: <a href="https://kchgu.ru/biblioteka">https://kchgu.ru/biblioteka</a> - <a href="https://kchgu.ru/biblioteka">kchgu.ru/biblioteka</a>	Бессрочный
Электронно-библиотечные системы: Научная электронная библиотека «ELIBRARY.RU» - <a href="https://www.elibrary.ru">https://www.elibrary.ru</a> . Лицензионное соглашение №15646 от 01.08.2014г. Бесплатно. Национальная электронная библиотека (НЭБ) – <a href="https://rusneb.ru">https://rusneb.ru</a> . Договор №101/НЭБ/1391 от 22.03.2016г. Бесплатно. Электронный ресурс «Polred.com Обзор СМИ» – <a href="https://polpred.com">https://polpred.com</a> . Соглашение. Бесплатно.	Бессрочно

### 10.2. Материально-техническое и учебно-методическое обеспечение дисциплины

При необходимости для проведения занятий используется аудитория, оборудованная компьютером с доступом к сети Интернет с установленным на нем необходимым программным обеспечением и браузером, проектор (интерактивная доска) для демонстрации презентаций и мультимедийного материала.

В соответствии с содержанием практических (лабораторных) занятий при их проведении используется аудитория, рабочие места обучающихся в которой оснащены компьютерной техникой, имеют широкополосный доступ в сеть Интернет и программное обеспечение, соответствующее решаемым задачам.

Рабочие места для самостоятельной работы обучающихся оснащены компьютерной техникой с подключением к сети Интернет и обеспечены доступом в электронную информационно-образовательную среду университета.

Занятия проходят в учебной аудитории № 27.

1. Учебная аудитория для проведения занятий лекционного типа, занятий семинарского типа, курсового проектирования (выполнения курсовых работ), групповых и индивидуальных консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации.

Для проведения конференций.

*Специализированная мебель:* столы, стулья, доска, таблицы.

*Технические средства обучения:* Мультимедийный комплекс: переносной ноутбук с подключением к сети «Интернет» и выходом в ЭИОС вуза, звуковые колонки, проектор.

*Лицензионное программное обеспечение:*

Microsoft Windows (Лицензия № 60290784), бессрочная.

Microsoft Office (Лицензия № 60127446), бессрочная

Kaspersky Endpoint Security (Лицензия OE2619021414342391082) с 14.02.2019 по 02.03.2021 г.

Kaspersky Endpoint Security (Лицензия № 280Y2102100934034202061), с 03.03.2021 по 04.03.2023 г.

2. Студенческий читальный зал на 80 мест (10 компьютеризированы с подключением к сети Интернет).

3. Научный зал на 20 мест, 10 из которых оборудованы компьютерами.

### ***10.3. Необходимый комплект лицензионного программного обеспечения***

1. ABBY FineReader (лицензия №FCRP-1100-1002-3937), бессрочная.

2. Calculate Linux (внесён в ЕРПИ Приказом Минкомсвязи №665 от 30.11.2018-2020), бессрочная.

3. GNU Image Manipulation Program (GIMP) (лицензия: №GNU GPLv3), бессрочная.

4. Google G Suite for Education (IC: 01i1p5u8), бессрочная.

5. Kaspersky Endpoint Security (OE26-190214-143423-910-82), с 14.02.2019 по 02.03.2021 г.

6. . 03.03.2025 . ( 56/2023 25 2023

7. Microsoft Office (лицензия №60127446), бессрочная.

8. Microsoft Windows (лицензия №60290784), бессрочная.

### ***10.4. Современные профессиональные базы данных и информационные справочные системы***

#### ***Современные профессиональные базы данных***

1. Федеральный портал «Российское образование»- <https://edu.ru/documents/>

2. Единая коллекция цифровых образовательных ресурсов (Единая коллекция ЦОР) – <http://school-collection.edu.ru/>

3. Базы данных Scopus издательства Elsevir  
<http://www.scopus.com/search/form.uri?display=basic>.

#### ***Информационные справочные системы***

1. Портал Федеральных государственных образовательных стандартов высшего образования - <http://fgosvo.ru>.

2. Федеральный центр информационно-образовательных ресурсов (ФЦИОР) – <http://edu.ru>.

3. Единая коллекция цифровых образовательных ресурсов (Единая коллекция ЦОР) – <http://school-collection.edu.ru>.

4. Информационная система «Единое окно доступа к образовательным ресурсам» (ИС «Единое окно») – <http://window.edu.ru>.

5. Информационная система «Информио».

## **11. Особенности реализации дисциплины для инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья**

В группах, в состав которых входят студенты с ОВЗ, в процессе проведения учебных занятий создается гибкая, вариативная организационно-методическая система обучения, адекватная образовательным потребностям данной категории обучающихся, которая позволяет не только обеспечить преемственность систем общего (инклюзивного) <sup>38</sup> высшего образования, но и будет способствовать формированию у них компетенций,

предусмотренных ФГОС ВО, ускорит темпы профессионального становления, а также будет способствовать их социальной адаптации.

В процессе преподавания учебной дисциплины создается на каждом занятии толерантная социокультурная среда, необходимая для формирования у всех обучающихся гражданской, правовой и профессиональной позиции соучастия, готовности к полноценному общению, сотрудничеству, способности толерантно воспринимать социальные, личностные и культурные различия, в том числе и характерные для обучающихся с ОВЗ.

Посредством совместной, индивидуальной и групповой работы формируется у всех обучающихся активная жизненная позиция и развитие способности жить в мире разных людей и идей, а также обеспечивается соблюдение обучающимися их прав и свобод и признание права другого человека, в том числе и обучающихся с ОВЗ на такие же права.

В группах, в состав которых входят обучающиеся с ОВЗ, в процессе учебных занятий используются технологии, направленные на диагностику уровня и темпов профессионального становления обучающихся с ОВЗ, а также технологии мониторинга степени успешности формирования у них компетенций, предусмотренных ФГОС ВО при изучении данной учебной дисциплины, используя с этой целью специальные оценочные материалы и формы проведения промежуточной и итоговой аттестации, специальные технические средства, предоставляя обучающимся с ОВЗ дополнительное время для подготовки ответов, привлекая тьютеров).

Материально-техническая база для реализации программы:

1. Мультимедийные средства:

- интерактивные доски «Smart Board», «Toshiba»;
- экраны проекционные на штативе 280\*120;
- мультимедиа-проекторы Epson, Benq, Mitsubishi, Aser.

2. Презентационное оборудование:

- радиосистемы AKG, Shure, Quik;
- видеоконфликты Microsoft, Logitech;
- микрофоны беспроводные;
- класс компьютерный мультимедийный на 21 мест;
- ноутбуки Aser, Toshiba, Asus, HP.

Наличие компьютерной техники и специального программного обеспечения: имеются рабочие места, оборудованные рельефно-точечными клавиатурами (шрифт Брайля), программное обеспечение NVDA с функцией синтезатора речи, видеоувеличителем, клавиатурой для лиц с ДЦП, роллером Распределение специализированного оборудования.

## 12. Лист регистрации изменений

Изменение	Дата и номер протокола ученого совета факультета/института, на котором были рассмотрены вопросы о необходимости внесения изменений в ОП	Дата и номер протокола ученого совета Университета, на котором были утверждены изменения в ОП	Дата введения изменений
Включить в РПД и РПП, программы ГИА Договор на электронно-библиотечную систему «Лань». (Договор № сэб нв - 294 от 1 декабря 2020г.). Бессрочный.	01.12.2020 г. протокол №4	03.12.2020 г., протокол № 2	03.12.2020г.
Обновлены указанные в РПД и РПП, программах ГИА договоры: 1. на предоставление доступа к электронно - библиотечным системам : Электронно - библиотечная система «Знаниум», договор № 51 84 эбс от 25марта 2021г.(срок действия с 30 марта 2021г. по 30 марта 2022г); 2. на лицензионное программное обеспечение - Kaspersky E^рош! Secunty (лицензия № 280E2102100934034202061), с 10.02.2021 по 03.03.2023 г.	29.03.2021 г. протокол № 7	31.03.2021г., протокол №6	31.03.2021г.
Обновлены компетенции в соответствии с приказом МОН от 26.11.2020г. № 1456 «О внесении изменений в федеральные государственные образовательные стандарты высшего образования» (Зарегистрирован Минюстом РФ 27.05.2021г. №63650)	28.06.2021 г. протокол № 10	30.06.2021г., протокол № 8	30.06.2021 г.
Обновлен договор на предоставление доступа к Электронно-библиотечной системе ООО «Знаниум». Договор №179 ЭБС от 22.03.2022 г. (срок действия с 30.03.2022г. до 30.03.2023г.)		30.03.2022г., протокол №10	30.03.2022 г.
Обновлены договоры: 1). Антивирус Касперского. Действует до 03.03.2025г. (Договор № 56/2023 от 25 января 2023г.); 2). Договор №915 эбс ООО « Знаниум» от 12.05.2023г. Действует до 15.05.2024г.		Решение Ученого Совета КЧГУ от 29.06.2023г. Протокол №8	29.06.2023г.

Решение кафедры: рабочая программа рассмотрена и утверждена на заседании кафедры